

THEME 4 : Corrigés des exercices

Création : juin 2003

Dernière modification : sept 2005

EXERCICE T4_01 : Représentation MATRICIELLE des rotations d'ordre 3

A chaque opération de symétrie est associée une matrice dont l'expression dépend des vecteurs de base choisis.

1 - : Réseau rhomboédrique : [1 1 1]

$$\vec{a}' = \vec{b} \quad \vec{b}' = \vec{c} \quad \vec{c}' = \vec{a} \quad (A_1) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

2 - : Réseau hexagonal : [0 0 1]

$$\vec{a}' = \vec{b} \quad \vec{b}' = \vec{a} + \vec{b} \quad \vec{c}' = \vec{c} \quad (A_2) = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

3 - : Réseau cubique : [1 -1 1]

$$\vec{a}' = \vec{c} \quad \vec{b}' = -\vec{a} \quad \vec{c}' = -\vec{b} \quad (A_3) = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

4 - : Direction de l'élément de symétrie :

$$\det(A_j) = 1 \quad j = 1, 2, 3 \quad \text{opérations directes} \quad 1 + 2 \cos \varphi = 0 \quad \varphi = (2\pi/3, 4\pi/3) + 2k\pi$$

$$((A_1) - (+1)(I))\vec{V} = 0 \quad \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{pmatrix} = 0 \quad \text{soit :} \quad v_x = v_y = v_z$$

direction propre : [1 1 1]

$$((A_2) - (+1)(I))\vec{V} = 0 \quad \begin{pmatrix} -1 & -1 & 0 \\ 1 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{pmatrix} = 0 \quad \text{soit : } v_x = v_y = 0 \quad v_z \text{ quelconque}$$

direction propre : [0 0 1]

$$((A_3) - (+1)(I))\vec{V} = 0 \quad \begin{pmatrix} -1 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{pmatrix} = 0 \quad \text{soit : } v_x = -v_y = v_z$$

direction propre : [1 -1 1]

Remarque : pour déterminer l'ordre n de la rotation, on peut aussi élever la matrice (A) à la puissance m : lorsque : $(A)^m = (E) \quad n = m$

EXERCICE T4_02 : Identification d'une opération de symétrie.

1 - : La matrice $(A) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ représente une opération **inverse** : $\det(A) = -1$

$-(1 + 2 \cos \varphi) = 1 \quad \varphi = \pi + 2k\pi$ c'est une opération binaire inverse ou **miroir**.

Pour déterminer la direction de la **normale** du miroir, on cherche la direction propre associée à la valeur propre **-1**

$$((A) - (-1)(I))\vec{V} = 0 \quad \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{pmatrix} = 0 \quad \text{soit : } v_x = 0 \quad v_y \text{ indéterminé} \quad v_z = 0$$

C'est donc un miroir m_y de normale parallèle à [0 1 0]

2 - : Base de réseau :

Pour déterminer la base de réseau, on utilise **l'invariance du tenseur métrique** (c- à - d de la maille) au cours de la transformation de matrice (A) :

$$(A^t)(G)(A) = (G)$$

ce qui donne :

$$\begin{pmatrix} (\vec{a} + \vec{b})^2 & -(\vec{b} | \vec{a} + \vec{b}) & (\vec{c} | \vec{a} + \vec{b}) \\ -(\vec{b} | \vec{a} + \vec{b}) & b^2 & -(\vec{b} | \vec{c}) \\ (\vec{c} | \vec{a} + \vec{b}) & -(\vec{b} | \vec{c}) & c^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a^2 & (\vec{a} | \vec{b}) & (\vec{a} | \vec{c}) \\ (\vec{b} | \vec{a}) & b^2 & (\vec{b} | \vec{c}) \\ (\vec{c} | \vec{a}) & (\vec{c} | \vec{b}) & c^2 \end{pmatrix}$$

De $(\vec{c} | \vec{a} + \vec{b}) = (\vec{c} | \vec{a})$ on déduit que les axes c et b de la maille sont orthogonaux.

De $(\vec{a} + \vec{b})^2 = (\vec{a} | \vec{a})^2$ on déduit que : $b(b + 2a \cos \gamma) = 0$.

Si on rejette la solution $b = 0$, il reste $\cos \gamma = -\frac{b}{2a} \quad a \neq 0$

La solution cristallographique est : $a = b \quad \cos \gamma = -\frac{1}{2}$ c'est à dire une **maille hexagonale**.

EXERCICE T4_03 : Opérations de symétrie d'ordre 4.

1 - : Points équivalents :

Le groupe cyclique d'ordre 4, comprend les éléments A_4^1 A_4^2 A_4^3 $A_4^4 = E$, représentant des rotations de $2\pi/4$ $4\pi/4$ $6\pi/4$ $8\pi/4$ autour d'un axe parallèle à $[001]$

$$(A_4) = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (A_4) \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -y \\ x \\ z \end{pmatrix} \quad (A_4^2) = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (A_4^2) \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -x \\ -y \\ z \end{pmatrix}$$

$$(A_4^3) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (A_4^3) \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y \\ -x \\ z \end{pmatrix} \quad (A_4^4) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (A_4^4) \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

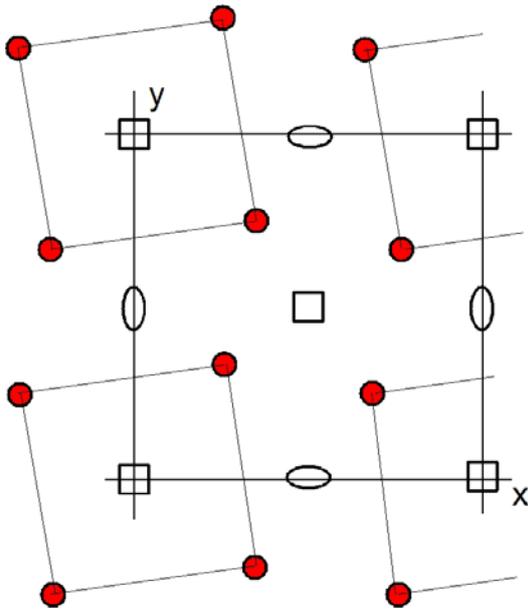


Figure T4_03 : Motif obtenu par l'application des opérations de symétrie sur l'unité asymétrique composée d'un seul "atome" situé en :
 $x = 1/4$ $y = 1/3$ $z = 0$

3- : Représentation matricielle de l'axe binaire décalé passant en $(0 \frac{1}{2} 0)$:

La relation $(E - A_0)\vec{u} = \vec{t}_\perp$ (pour la notation voir les paragraphes 6.4.1 et 6.4.2 du cours)

s'écrit sous la forme matricielle :

$$\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\} \begin{pmatrix} 0 \\ 1/2 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} t_{\perp x} \\ t_{\perp y} \\ t_{\parallel z} \end{pmatrix}$$

soit : $t_{\perp x} = 0$ $t_{\perp y} = 1$ $t_{//z}$ est indéterminé

d'où la matrice augmentée (4,4) :

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

(x y z) est transformé en (-x 1-y z)

Représentation matricielle de l'axe quaternaire décalé passant en ($\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ 0) :

la matrice augmentée (4,4) s'écrit :

$$\begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

4 - : Coordonnées des positions équivalentes situées à l'intérieur de la maille :

$$x y z ; 1-y x z ; 1-x 1-y z ; y 1-x z \quad (1)$$

Atome "vert(1)" situé, par exemple, en $x = 4/12$ $y = 3/12$ $z = z$, Fig.T4-03 :

$$4/12 \ 3/12 \ z ; 9/12 \ 4/12 \ z ; 8/12 \ 9/12 \ z ; 3/12 \ 8/12 \ z$$

Atome "vert(2)" situé en $x = 2/12$ $y = 5/12$ $z = z$. etc

Atome "rouge" situé en $x = 3/12$ $y = 4/12$ etc

5- : L'unité asymétrique est composée de 3 atomes : 1 "rouge" et 2 "verts" disposés de part et d'autre .

Le motif est composé de 12 atomes : leurs positions sont obtenues en donnant par exemple les valeurs ci-dessus aux coordonnées x et y (z est quelconque] 0,1 [) de (1) .

Remarque : vérifier, Fig.T4-03, que la transformation par un axe décalé est équivalente à une rotation, de même nature, autour d'un axe passant par l'origine, suivie de la translation \vec{t}_{\perp}

EXERCICE T4_04 : Opérations de symétrie d'ordre 6 avec glissement c/2.

1 - : Représentation de Seitz –Bauer des opérations de symétrie groupe éléments :

Glissement suivant un axe parallèle à l'axe c de la maille et passant par l'origine :

$$\vec{t}_{\perp} = 0 \quad \vec{t}_{//} = 1/2$$

$$6_3 : \left\{ 00 \frac{3}{6} \mid 6_z \right\} \quad 6_3^2 : \left\{ 00 \frac{6}{6} \mid 6_z^2 \right\} = 3 \quad 6_3^3 : \left\{ 00 \frac{9}{6} \mid 6_z^3 \right\} = 2_1$$

$$6_3^4 : \left\{ 00 \frac{12}{6} \mid 6_z^4 \right\} = 3^2 \quad 6_3^5 : \left\{ 00 \frac{15}{6} \mid 6_z^5 \right\} = 6_3 \quad 6_3^6 : \left\{ 00 \frac{18}{6} \mid 6_z^6 \right\} = E$$

Remarque :

$$6_3^2 : \left\{ 00 \frac{3}{6} \mid 6_z \right\} \left\{ 00 \frac{3}{6} \mid 6_z \right\} = \left\{ \left(00 \frac{3}{6} \right) + 6_z \left(00 \frac{3}{6} \right) \mid 6_z^2 \right\} = \left\{ 001 \mid 6_z^2 \right\} = 3$$

2 - : Représentation matricielle :

$$\begin{array}{l}
 \mathfrak{G}_3 : \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1/2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\
 x-y \quad y \quad z+1/2
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 \mathfrak{G}_3^2 : \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\
 -y \quad x-y \quad z
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 \mathfrak{G}_3^5 : \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1/2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\
 y \quad y-x \quad z+1/2
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 \mathfrak{G}_3^5 : \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1/2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\
 y \quad y-x \quad z+1/2
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 \mathfrak{G}_3^6 : \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\
 x \quad y \quad z+1
 \end{array}$$

EXERCICE T4_05 : : Dénombrement des opérations de symétrie compatible avec un réseau de translation (complément de cours).

Soit (A) une matrice représentant une opération de symétrie, elle laisse invariant le tenseur métrique associé à la base $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$:

$$(G) = (A)^t (G) (A)$$

Soit $a_{ij} \in \mathbb{Z}$ les coefficients de la matrice représentant l'opération de symétrie et a, b, c les paramètres de la maille .

La relation d'invariance se réduit aux 3 équations suivantes correspondant aux éléments de la diagonale principale, les seuls qui ne sont pas nuls :

1 - : Réseau orthorhombique : $a \neq b \neq c$

Ligne 1, colonne 1 de $(A)^t (G) (A)$: $a^2 a_{11}^2 + b^2 a_{21}^2 + c^2 a_{31}^2 = a^2$

Ligne 2, colonne 2 de $(A)^t (G) (A)$: $a^2 a_{12}^2 + b^2 a_{22}^2 + c^2 a_{32}^2 = b^2$

Ligne 3, colonne 3 de $(A)^t (G) (A)$: $a^2 a_{13}^2 + b^2 a_{23}^2 + c^2 a_{33}^2 = c^2$

Sachant que les $a_{ij} \in \mathbb{Z}$, on déduit de ces équations que :

$$\begin{array}{l}
 a_{11} = \pm 1 \quad ; \quad a_{22} = \pm 1 \quad ; \quad a_{33} = \pm 1 \\
 a_{21} = a_{31} = 0 \quad ; \quad a_{12} = a_{32} = 0 \quad ; \quad a_{13} = a_{23} = 0
 \end{array}$$

En conclusion , les matrices sont **toutes diagonales** : $(A) = \begin{pmatrix} \pm 1 & 0 & 0 \\ 0 & \pm 1 & 0 \\ 0 & 0 & \pm 1 \end{pmatrix}$

Leur dénombrement conduit à **8 opérations** de symétrie compatibles avec le système **orthorhombique** :

3 signes + : **E** ; 3 signes - : **C** ; 1 signe - : $m_x m_y m_z$; 1 signe + : $2_x 2_y 2_z$

2 - : Réseau quadratique : $a = b \neq c$

Ligne 1,colonne 1 de $(\mathbf{A})^t (\mathbf{G}) (\mathbf{A})$: $a^2 (a_{11}^2 + a_{21}^2) + c^2 a_{31}^2 = a^2$

Ligne 2,colonne 2 de $(\mathbf{A})^t (\mathbf{G}) (\mathbf{A})$: $a^2 (a_{12}^2 + a_{22}^2) + c^2 a_{32}^2 = b^2$

Ligne 3,colonne 3 de $(\mathbf{A})^t (\mathbf{G}) (\mathbf{A})$: $a^2 (a_{13}^2 + a_{23}^2) + c^2 a_{33}^2 = c^2$

Sachant que les $a_{ij} \in \mathbb{Z}$, on déduit de ces équations que :

$$a_{31} = 0 \quad ; \quad a_{11}^2 + a_{21}^2 = 1 \quad ; \quad a_{11} = \pm 1 \quad a_{21} = 0 \quad \text{ou} \quad a_{11} = 0 \quad a_{21} = \pm 1$$

$$a_{32} = 0 \quad ; \quad a_{12}^2 + a_{22}^2 = 1 \quad ; \quad a_{22} = \pm 1 \quad a_{12} = 0 \quad \text{ou} \quad a_{22} = 0 \quad a_{12} = \pm 1$$

$$a_{33}^2 = 1 \quad a_{33} = \pm 1 \quad a_{13}^2 + a_{23}^2 = 0 \quad ; \quad a_{13} = 0 \quad \text{et} \quad a_{23} = 0$$

En conclusion, **2** types de matrice : $(A_1) = \begin{pmatrix} \pm 1 & 0 & 0 \\ 0 & \pm 1 & 0 \\ 0 & 0 & \pm 1 \end{pmatrix}$ et $(A_2) = \begin{pmatrix} 0 & \pm 1 & 0 \\ \pm 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \pm 1 \end{pmatrix}$

Les matrices du type "1" représentent 8 opérations de symétrie (c f orthorhombique), les matrices du type "2" représentent 8 autres opérations de symétrie qui sont :

$$2_{xy} \ 2_{yx} \quad m_{xy} \ m_{yx} \quad 4_z \ 4_z^3 \quad \bar{4}_z \ \bar{4}_z^3$$

Finalement, il y a au maximum **16 opérations de symétrie** compatibles avec le système quadratique.

3 - : Réseau cubique : $a = b = c$

En exprimant que $(\mathbf{G}) = (\mathbf{A})^t (\mathbf{G}) (\mathbf{A})$ on arrive aux conclusions suivantes :

□ la somme des carrés des éléments d'une colonne est égale à 1

$$a_{11}^2 + a_{21}^2 + a_{31}^2 = 1 \quad \text{etc....}$$

○ la somme des produits des éléments de 2 colonnes différente est nulle

$$a_{11}a_{12} + a_{21}a_{22} + a_{31}a_{32} = 0 \quad \text{etc.....}$$

Sachant que les $a_{ij} \in \mathbb{Z}$, on en déduit que :

- chaque colonne possède un seul élément égal à 1, les 2 autres étant nuls
- les éléments égaux à 1 se trouvent dans des lignes différentes

Dénombrement des opérations de symétrie :

□ 3 éléments positifs : 6

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = E \quad \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = m_{\bar{y}x} \quad \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} = 3_{111} \quad \text{etc....}$$

□ 1 négatif , 2 positifs : 6 x 3 =18

$$\begin{pmatrix} \bar{1} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = m_x \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \bar{1} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = m_y \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \bar{1} \end{pmatrix} = m_z \quad \text{etc.....}$$

□ 2 négatifs, 1 positif : 6 x 3 =18

$$\begin{pmatrix} \bar{1} & 0 & 0 \\ 0 & \bar{1} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = 2_z \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \bar{1} & 0 \\ 0 & 0 & \bar{1} \end{pmatrix} = 2_x \quad \begin{pmatrix} \bar{1} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \bar{1} \end{pmatrix} = 2_y \quad \text{etc.....}$$

□ 3 négatifs : 6

$$\begin{pmatrix} \bar{1} & 0 & 0 \\ 0 & \bar{1} & 0 \\ 0 & 0 & \bar{1} \end{pmatrix} = C \quad \begin{pmatrix} 0 & \bar{1} & 0 \\ \bar{1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \bar{1} \end{pmatrix} = 2_{\bar{y}x} \quad \begin{pmatrix} 0 & 0 & \bar{1} \\ \bar{1} & 0 & 0 \\ 0 & \bar{1} & 0 \end{pmatrix} = \bar{3}_{111} \quad \text{etc....}$$

soit au total : 6 + 18 + 18 + 6 = 48

Remarque :

Le groupe **holoèdre** est le groupe ponctuel compatible avec la symétrie du réseau et possédant le maximum d'éléments : **6**, **8**, **48** respectivement pour les réseaux orthorhombique, quadratique, cubique, cf. **9.5**

EXERCICE 07_06 : Réduction d'une maille cristalline

1- : Les plans de la famille (0 k 0) sont parallèles aux axes a et c de la maille, ils pour normale l'axe b.

Les nœuds du plan n=0 ont pour indices **u 0 w** , quel que soit la valeur de k :

$$(0 \times u + k \times 0 + 0 \times w) = 0 \quad , \quad \text{Fig. T4_06.}$$

Les nœuds du plan $n=1$ de la famille (010) ont pour indices $u \ 1 \ w$:

$$(0 \times u + 1 \times 1 + 0 \times w) = 1$$

etc ...

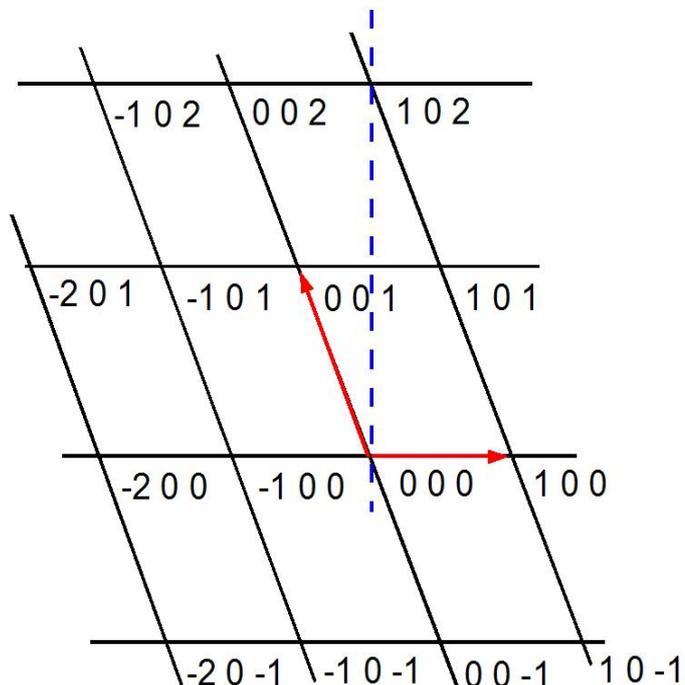


Figure T4_06 : Plan $n = 0$ de la famille $(0k0)$

2- : Matrice associée à l'opération de symétrie : $(A) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$:

$\det(A) = 1 \quad 1 + 2 \cos \varphi = -1 \quad \varphi = \pi$ axe binaire direct , direction propre associée à la valeur propre **+1** : **[1 0 0]**

Cette opération de symétrie est compatible avec le réseau si elle laisse invariant le tenseur métrique associé , ce qui donne donc :

$$\begin{pmatrix} a^2 & 0 & ac \cos \beta \\ 0 & b^2 & 0 \\ ac \cos \beta & 0 & c^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a^2 & 0 & -(a^2 + ac \cos \beta) \\ 0 & b^2 & 0 \\ -(a^2 + ac \cos \beta) & 0 & a^2 + c^2 + ac \cos \beta \end{pmatrix}$$

soit : $\cos \beta = -\frac{a}{2c}$

3 - : Application numérique : valeur **mesurée** de $\beta = (109,83 \pm 0,06)^\circ$

$$\Delta\beta \leq \frac{1}{|\operatorname{tg}\beta|} \left(\frac{\Delta a}{a} + \frac{\Delta c}{c} \right) \quad \Delta\beta \leq 0,08^\circ$$

valeur **calculée** de $\beta = (109,85 \pm 0,08)^\circ$

Compte - tenu des incertitudes sur les valeurs mesurées de a et de c , il faut que β mesuré soit compris entre $109,77^\circ$ et $109,93^\circ$ pour qu'on puisse conclure à l'existence d'un axe binaire suivant [1 0 0].

Le réseau peut donc être décrit par une maille plus symétrique que la maille monoclinique.

4 - : Rangée [u v w] orthogonale aux axes a et b :

$$(u \ v \ w) = (G) \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (u \ v \ w) = (G) \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{avec} \quad (G) = \begin{pmatrix} a^2 & 0 & ac \cos \beta \\ 0 & b^2 & 0 \\ ac \cos \beta & 0 & c^2 \end{pmatrix} \mathbf{C}$$

Compte- tenu que $\cos \beta = -\frac{a}{2c}$, il vient : $v = 0$ et $(2u - w) = 0$

La rangée [1 0 2] .perpendiculaire à 2 axes binaires orthogonaux est elle même parallèle à un axe binaire. (voir. 8.2.1.)

5 - : Nouvelle maille $(\vec{A} \ \vec{B} \ \vec{C})$ Fig. T4_06 :

$$(\vec{A} \ \vec{B} \ \vec{C}) = (\vec{a} \ \vec{b} \ \vec{c})(M) \quad (M) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

$\det(M) = 2$: la maille contient 2 noeuds . Le tenseur métrique transformé s'écrit :

$$(G) = \begin{pmatrix} a^2 & 0 & 0 \\ 0 & 4c^2 - a^2 & 0 \\ 0 & 0 & b^2 \end{pmatrix} \quad \text{d'où} \quad A = a \quad B = \sqrt{4c^2 - a^2} \quad C = b$$

La maille $(\vec{A} \ \vec{B} \ \vec{C})$ est **orthorhombique C centrée** , de paramètres :

$$A = 0,6331 \text{ nm} \quad B = 1,754 \text{ nm} \quad C = 0,9323 \text{ nm}$$

6 - : Programme **LEPAGE** de réduction de maille

Les mailles **orthorhombiques** proposées qui ont un volume **2** fois plus grand que celui de la maille d'origine monoclinique, sont les plus symétriques.

Les matrices de transformation proposées sont similaires à la matrice (M)