Chapitre 9 : Groupes de symétrie Tables Internationales de Cristallographie

9.1 Introduction

L'ensemble des opérations de symétrie mettant en coïncidence des directions équivalentes d'un solide (les normales à ses faces par exemple) forme un groupe de symétrie d'orientation. On dit aussi groupe ponctuel parce que les éléments de symétrie sont tous concourants en un point qui est le centre de masse pour une figure finie.

Les groupes ponctuels compatibles avec un réseau cristallin, sont formés des opérations directes 1 2 3 4 6 et inverses $\bar{1}$ $\bar{2}$ $\bar{3}$ $\bar{4}$ $\bar{6}$; en dénombrant les associations possibles entre ces opérations, on aboutit aux 32 groupes ponctuels (cristallographiques).

L'ensemble des corps qui ont les mêmes éléments de symétrie constitue une **classe**, le groupe des opérations de symétrie qui leur est commun représente leur classe de symétrie. L'étude des propriétés physiques sensibles à la symétrie et des formes cristallines permet de ranger (classer) les cristaux dans une de ces 32 classes correspondant aux 32 groupes ponctuels.

Les opérations de symétrie de position relient dans l'espace des points équivalents entre eux. Le dénombrement des associations possibles entre opérations de symétrie de position conduit à 230 groupes d'espace indépendants.

9.2 Groupes ponctuels

Pour le dénombrement des groupes ponctuels, on distingue d'abord les groupes contenant au plus un seul axe de symétrie d'ordre supérieur à 2 (appelés groupes axiaux) et ensuite les groupes cubiques contenant au minimum 4 axes A_3 et 3 axes A_2.

9.2.1 Groupes axiaux (Tableau 9.3)

Puisque par hypothèse, il n'existe qu'un seul axe A_n d'ordre n > 2, celui-ci ne peut être composé qu'avec un centre d'inversion $(\bar{1})$ ou avec les éléments binaires $A_2(2)$ et $A_2^-(m)$. Ces axes binaires ne peuvent être que **confondus** ou **perpendiculaires** à l'axe A_n S'ils ne l'étaient pas, l'action d'un axe binaire entraînerait un second axe d'ordre n. ce qui est contraire à l'hypothèse de départ. Les 11 combinaisons envisageables sont donc :

$$n \quad \bar{n} \quad \frac{n}{m}\ \frac{\bar{n}}{m} \quad nm \quad \bar{n}m \quad n2 \quad \bar{n}2 \quad \frac{n}{m}2 \quad \frac{n}{m}m \quad nmm$$

On vérifiera que les combinaisons suivantes sont identiques :

$$\frac{n}{m} \ \ et\ \ \frac{\bar{n}}{m}\ ; \quad \bar{n}m \ \ et\ \ \bar{n}2\ ; \quad \frac{n}{m}2 \quad \frac{n}{m}m \ \ et\ \ nmm$$

Finalement, il n'y en a que 7 à considérer, qui sont :

$$n \quad \bar{n} \quad \frac{n}{m} \quad nm \quad \bar{n}m \quad n2 \quad \frac{n}{m}m$$

On montre que ces 27 groupes axiaux sont les seuls qu'on puisse construire compte-tenu des limitations entre associations d'opérations de symétrie (cf. Chap. 8). Les trois positions de la notation utilisée (Hermann Mauguin) correspondent à des directions cristallographiques, le premier symbole représente l'axe principal.

9.2.2 Groupes cubiques (Tableau 9.4)

Les 5 groupes cubiques (ou isométriques) sont placés dans la dernière ligne du tableau. On part du groupe 2 3 de symétrie minimale (groupe de symétrie directe du tétraèdre régulier) et on lui adjoint un axe binaire inverse ou direct comme pour les groupes axiaux.

Les symboles sont classés dans l'ordre : 1 0 0 / +- 1 1 1 / +- 1 1 0

Dans les 7 combinaisons :

$$23 \quad 2\bar{3} \quad 2\frac{3}{m} \quad 23m \quad 232 \quad 2\bar{3}m \quad 2\frac{3}{m}m$$

On rejette les combinaisons 23/m et 23/m m qui sont impossibles parce qu'elles impliqueraient la présence de plusieurs axes d'ordre 6. Il reste donc les 5 groupes cubiques du Tableau 9.2 :

$$23 \quad 2\bar{3} \quad 23m \quad 232 \quad 2\bar{3}m$$

En conclusion : Pour caractériser un groupe ponctuel, il suffit de spécifier la symétrie selon trois directions de l'espace au maximum : ces opérations de symétrie sont les générateurs du groupe.

9.2.3 Degré de symétrie d'une classe cristalline

Le degré de symétrie S est le nombre de demi-droites équivalentes issues de l'origine répétées par les opérations de symétrie. La projection stéréographique le donne immédiatement en considérant la répétition d'un point en dehors de tout élément de symétrie. Ce degré de symétrie peut aussi se calculer par la formule :

$$S = 1 + 1s_2 + 2s_3 + 3s_4 + 5s_6$$

où les s_j sont les nombres d'opérations directes. Le coefficient multiplicateur est le nombre de directions équivalentes qu'ils ajoutent à la direction de départ. Si la classe possède un centre de symétrie S' = 2 S

9.3 Classification en 7 systèmes cristallins

Les systèmes cristallins sont une classification des groupes de symétrie ponctuels. Ceux-ci représentent l'ensemble des opérations de symétrie laissant le réseau invariant lorsqu'on les applique autour d'un nœud du réseau

Le réseau de translation est invariant par rapport aux opérations de symétrie du groupe du cristal, il possède donc toutes ses opérations, mais en tant que réseau, il doit avoir des opérations supplémentaires, qui sont :

- o **$\bar{1}$** : un centre de symétrie
- o **2** : n miroirs parallèles à l'axe de rotation d'ordre n > 2, si le réseau en possède un.

En effet dans un plan réticulaire perpendiculaire à l'axe A_n, tout noeud N a deux correspondants N_1 et N_2 par une rotation de + 2π/n et une rotation de - 2π/n qui sont distinctes). Le plan bissecteur est un miroir pour N_1 et N_2. Et il y aura n miroirs équivalents.

Parmi les 32 classes cristallines, 11 possèdent un **centre**, on les appelle **groupes de LAUE** ou de diffraction (voir le Chapitre 13), et parmi ces 11, il n'y en a que 7 à satisfaire à la seconde condition. Soit 7 réseaux de symétrie maximale découlant de ces 7 classes, qui sont :

$$\bar{1} \qquad \frac{2}{m} \qquad mmm \qquad \bar{3}m \qquad \frac{4}{m}mm \qquad \frac{6}{m}mm \qquad m3m$$

d'où la classification des structures cristallines, selon la symétrie de leur réseau de translation, en 7 systèmes cristallins.

Un système cristallin comprend toutes les classes cristallines compatibles avec le même type de base de réseau. La répartition de ces classes dans les 7 systèmes cristallins se trouve Tableau 9.2.

Symétrie (*) ***SYSTEME***

$\bar{1}$ **(*)** ***TRICLINIQUE***

$2/m$ ***MONOCLINIQUE.***

On choisit l'axe b est parallèle à l'axe binaire. Celui-ci étant perpendiculaire à un plan réticulaire, les deux autres axes a et c sont perpendiculaires à b.

mmm ***ORTHORHOMBIQUE.***

Les éléments binaires sont à 90 deg. les uns des autres ; $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ sont parallèles à ces éléments binaires

$\bar{3}m$ ***TRIGONAL***

Deux mailles primitives possibles : rhomboédrique ou hexagonale. L'axe A_3 est soit l'axe c de la maille hexagonale, soit la diagonale principale du rhomboèdre.

$4/m\,mm$ ***QUADRATIQUE :***

$\vec{c}$ est parallèle à l'axe A_4, $\vec{a}$ et $\vec{b}$ sont perpendiculaires à $\vec{c}$. Les plans 100 sont miroirs principaux, 1 1 0 miroirs secondaires.

$6/m\,mm$ ***HEXAGONAL***

$\vec{c}$ est parallèle à l'axe A_6, $\vec{a}$ et $\vec{b}$ sont perpendiculaires à $\vec{c}$. Les plans 100 sont miroirs principaux, 1 1 0 miroirs secondaires.

$m3m$ ***CUBIQUE***

$\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ sont parallèles aux axes quaternaires, aux axes binaires principaux directs et inverses. Les directions <1 1 0> sont parallèles aux axes binaires secondaires directs et inverses. Les directions <1 1 1> sont parallèles aux axes ternaires.

(*) Symétrie ponctuelle du réseau.

Pour chaque système cristallin, on trouve une classe présentant la symétrie maximale (celle du réseau) : il y a 48 points équivalents dans l'espace pour le système cubique, 24 pour l'hexagonal et 16 pour le quadratique, etc...

Pour la métrique des bases de réseau : **a, b, c,** a, b, g, on se référera au Tableau 2.1 du Chapitre. 2.

Remarque : les systèmes cristallins sont une classification des groupes de symétrie et non une classification selon le type de métrique. La métrique d'un réseau est déterminée par la symétrie.

9.4 Les 14 réseaux de Bravais

Les réseaux de Bravais (ou classes de Bravais) sont une classification des réseaux de translation prenant en compte :

la métrique de la maille (voir les systèmes cristallins)

le type de la maille : simple P, multiple A, B, C, F, I

Dans un réseau donné, la totalité des éléments de symétrie correspondant au groupe ponctuel se croisent à chaque noeud. Il existe d'autres points dans la maille où se croisent les mêmes éléments de symétrie, ce sont :

- o les milieux des faces, des arêtes
- o le centre de la maille

On peut placer à ces points de croisement, un motif identique à celui qui se trouve sur les noeuds, puisque les opérations de symétrie du groupe laisseront ce motif invariant, comme sur les noeuds. Ces points de croisement sont donc des points analogues aux noeuds du réseau et ces translations demi-entières,des translations de réseau.

Par définition, un réseau est à maille multiple s'il est impossible de ramener la maille multiple à une maille simple en respectant les conditions de symétrie du système cristallin.

Le dénombrement des réseaux de Bravais obéit aux règles suivantes :

Règle 1 : dans une maille multiple, les coordonnées des noeuds sont entières ou demi-entières.

Considérons une maille bâtie sur trois vecteurs $\vec{a}\ \vec{b}\ \vec{c}$: $\vec{a}$ et $\vec{b}$ sont les vecteurs de base d'une maille bidimensionnelle simple et donc les translations les plus courtes, $\vec{c}$ représente la plus petite translation dans la direction Oz perpendiculaire à $\vec{a}$ et $\vec{b}$. Si cette maille est multiple, on a déjà vu ,Chap.3.4 que les seules translations possibles étaient:

$\vec{t} = 1/2\left(\vec{a}+\vec{b}\right)$; $\vec{t} = 1/2\left(\vec{c}+\vec{a}\right)$; $\vec{t} = 1/2\left(\vec{b}+\vec{c}\right)$ respectivement faces C B et A centrées et $\vec{t} = 1/2\left(\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}\right)$,maille corps centrée

On dénombre les différents types de réseau (on dit aussi modes de réseau) , en s'assurant que ces translations sont compatibles avec la symétrie du système cristallin

Règle 2: quand les deux faces d'une maille sont centrées, la troisième l' est obligatoirement.

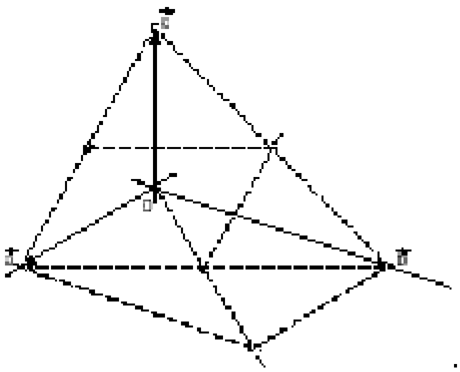


Figure 9.1 - 1 ou 3 faces centrées

Supposons que les faces C et A soient centrées. Il passe une rangée par les noeuds 1/2 1/2 0 et 0 1/2 1/2, dont la période est donnée par la distance entre ces deux noeuds.

Par le noeud 1 0 0, il passe une rangée parallèle et de même période : la face B est aussi centrée en 1/2 0 1/2.

Règle 3 : S'il est possible de trouver dans un réseau multiple un réseau ayant une maille plus petite et de même symétrie, c'est ce réseau qui doit être considéré comme réseau de Bravais.

En partant des solutions possibles, il est possible de ne dénombrer que **14 réseaux de BRAVAIS** (cf. réf. 2) : 7 sont primitifs, les 7 autres sont multiples mais compatibles avec la même symétrie. Ils sont regroupés dans le Tableau 9.3.

On donne en annexe un exemple de dénombrement des réseaux de Bravais pour le système quadratique.

Système cristallin	Classe	Réseau de Bravais
Triclinique	1 $\bar{1}$	P
Monoclinique	2, m, 2/m	P ; C
Orthorhombique	222, 2mm, mmm	P ; F ; I ; C
Tétragonal	4, $\bar{4}$, 4/m, 4mm, 422 $\bar{4}$2m, 4/m mm	P ; I
Trigonal	3, $\bar{3}$, 3m, 32, $\bar{3}$m	R ; P
Hexagonal	6, $\bar{6}$, 6/m, 6 mm, 622 $\bar{6}$2m, 6/m mm	P

Cubique	23, m3, 432, $\bar{4}$3m m 3 m	P ; I ; F

Tableau 9. 1 - Classification des 32 classes en 7 systèmes, en 14 réseaux de Bravais.

9.5 Classes holoèdres

Parmi les classes d'un même système cristallin, la classe holoèdre est celle qui possède le maximum de symétrie, c'est à dire la symétrie du réseau associé au système. L'holoédrie est représentée par le groupe ponctuel de la maille vide. Un cristal holoèdre a donc tous les éléments de symétrie de son réseau, les autres cristaux sont dits mérièdres, Fig. 9.2.

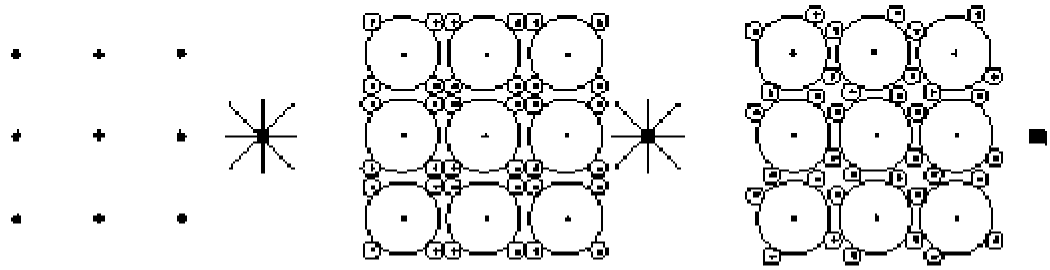


Figure 9.2 - Symétrie du réseau, cristal holoèdre, mérièdre.

9.6 Groupes d'espace

Un groupe d'espace est l'ensemble des opérations de symétrie d'une structure triplement périodique. La recherche des groupes d'espace consiste à déterminer toutes les combinaisons possibles entre les opérations de symétrie suivantes :

- opérations directes 2 3 4 6 et opérations hélicoïdales correspondantes.
- roto-inversions $\bar{2}$ $\bar{3}$ $\bar{4}$ $\bar{6}$ et opérations miroirs avec glissement
- translations non entières caractérisant le réseau de Bravais.

Il y a **230 groupes d'espace** dans un espace triplement périodique.

Il suffit de connaître la nature et la position des éléments de symétrie à l'intérieur de la maille, ils sont ensuite transposés dans tout l'espace par translation.

Le dénombrement de toutes les combinaisons possibles est du aux travaux de Fedorov publiés en Russie entre 1885 et 1890 et à ceux de Schoenflies parus en Allemagne en 1891. A cette époque, ces considérations étaient théoriques puisque la morphologie, à elle seule, ne permet pas de déterminer ces groupes. C'est avec la diffraction des rayonnements, apparue pour les rayons X après 1910, que ces travaux ont débouché sur des applications expérimentales.

La connaissance des groupes d'espace est indispensable pour la détermination des structures cristallines. Ils sont désignés par des symboles répertoriés dans les Tables Internationales de Cristallographie créées en 1929 ; elles répondent au besoin d'un ouvrage international avec une nomenclature servant de référence pour tous les travaux de cristallographie.

9.7 Tables internationales de cristallographie

Les “International Tables for X-ray Crystallography” réunissent toutes les informations sur les 230 groupes d'espace. Ils sont classés d'après les systèmes cristallins. On trouve (tableau 9.4) :

- o triclinique : 2
- o monoclinique 13
- o orthorhombique 59
- o quadratique 68
- o trigonal 25
- o hexagonal : 27
- o cubique : 36

Sur ces 230 groupes, 73 sont **symorphiques** : ils sont obtenus en associant des opérations de symétrie pures avec des translations de réseau. Les autres, appelés **non-symorphiques** , mettent en jeu les opérations de symétrie avec glissement.

9.7.1 Notation des groupes

Il importe de savoir décoder la notation des groupes d’espace pour utiliser les Tables Internationales

Exemples : $P2_1/c \quad Cmcm \quad P6_3mc \quad P\bar{4}2c \quad Fd3m$

Leur répartition dans les Tables Internationales est basée sur une notation codifiée (Tableau 9.5). Elle est composée :

- o d' une des lettres **P A B C F I** ou **R** indiquant le réseau de Bravais,
- o de **trois autres symboles** représentant les éléments de symétrie dans les directions caractéristiques de chaque classe cristalline, avec les conventions définies pour les groupes ponctuels.

Groupes ‘’non cubiques’’:

- o le **premier** symbole caractérise l'ordre de l’axe principal, donc le système cristallin L'apparition de 2,3,4,6 caractérise les réseaux monocliniques trigonaux, quadratiques, et hexagonaux.
- o le **deuxième** symbole caractérise un axe de symétrie dans un plan perpendiculaire à l’axe principal
- o le **troisième** symbole, s’il existe, caractérise un axe de symétrie dont l’existence est impliquée par les 2 premiers

Groupes ’’ cubiques’’ :

ils sont identifiés par un ***“3” en seconde position***, la première position caractérise les directions < 1 0 0 >, la troisième < 1 1 0 >.

Rappelons que les miroirs sont repérés par la position de leur normale, et que leur symbole est un ‘’m’’.

Les groupes d'espace ayant été construits en réalisant toutes les associations possibles entre les opérations de symétrie d'orientation et de translation, La classe de

symétrie d'orientation correspondant au groupe d'espace s'obtient en remplaçant les opérations de symétrie avec glissement par les opérations de symétrie d'orientation.

Exemples :

I a 3 classe de symétrie : m 3

F 4 3 2 classe de symétrie : 4 3 2

I a 3 d classe de symétrie : m 3 m

Système cristallin	Réseau de Bravais			
Triclinique	P	1 $\bar{1}$		
Monoclinique	P C	[0 10]		
Orthorhombique	P F I C	[100]	[010]	[001]
Quadratique (tetragonal)	P I	[001]	[100]	[1 $\bar{1}$ 0]
Trigonal	R P	[111] [001]	[110] [110]	 [120]
Hexagonal	P	[001]	[110]	[120]
Cubique	P I F	[100]	[111]	[110]

Tableau 9.2 - Positions des éléments de symétrie dans la notation des groupes d'espace.

9.7.2 Positions équivalentes. Positions générales. Positions spéciales

Chacun des 230 groupe d'espace a une fiche prenant en général une page des Tables internationales. On y trouve tous les renseignements concernant le groupe,à savoir :

- o une figure représentant la disposition des éléments de symétrie dans la maille, qu'on peut retrouver en appliquant les règles d'association des opérations de symétrie, Fig. 9.3,
- o les positions générales,
- o les positions spéciales,
- o la liste des extinctions systématiques observées par diffraction.

Soit un atome situé en x y z : les opérations de symétrie du groupe spatial génèrent les positions des atomes identiques à l'intérieur du motif. On peut retrouver ces positions équivalentes en utilisant la représentation matricielle des opérations du groupe.

Un atome est en **position générale** si son centre de masse est en dehors de tout élément de symétrie sans glissement. Le nombre de positions équivalentes est égal au degré de symétrie S de la classe d'orientation ; lorsque la maille est primitive.,il multiplié par 2 pour une maille de type A, B, C, I, par 4 pour une maille de type F.

Un atome est en **position spéciale** si son centre de masse coïncide avec un élément de symétrie sans glissement.

Le nombre de positions équivalentes est un sous-multiple du degré de symétrie S de la classe d'orientation :

- position sur un axe d'ordre n : S/n
- position sur un axe d'ordre n et un miroir : S/2n
- position à l'intersection de 2 axes d'ordre n et p : S/np

On appelle site un point de la maille qui reste invariant sous l'effet de certaines opérations du groupe d'espace. L'ensemble de toutes les opérations qui laissent le site invariant forme un groupe de site : c'est nécessairement un groupe ponctuel.
Le groupe de site décrit la symétrie locale telle que la verrait un observateur placé en ce point.

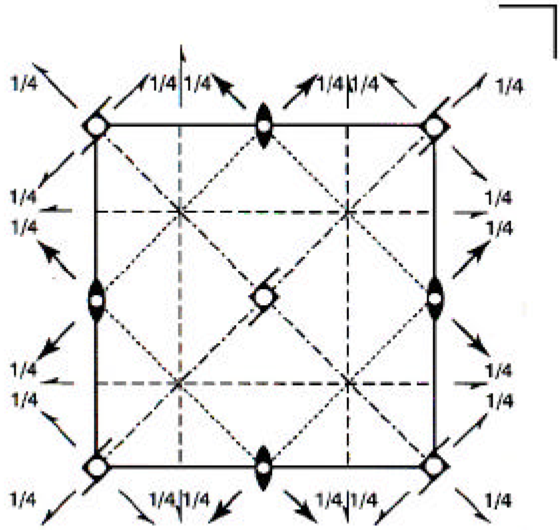


Figure 9.3 - Groupe $P4_2/m$ bc - n° 135

9.8 Annexe : Dénombrement des modes de Bravais pour le système quadratique

La maille du réseau primitif (P) est définie par : a = b ≠ c a=ß=?= 90°,l'axe quaternaire A_4 est parallèle à c.

Parmi les réseaux quadratiques possibles, cherchons ceux qui remplissent les conditions pour être un réseau de BRAVAIS.

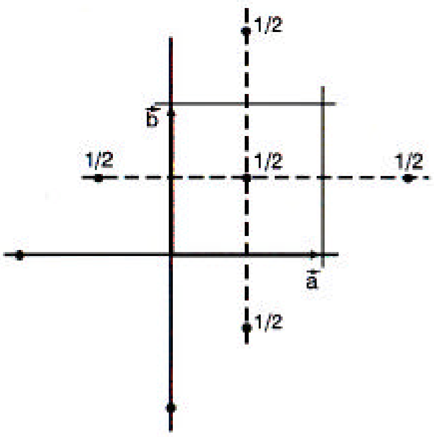


Figure 9.4 - OUI

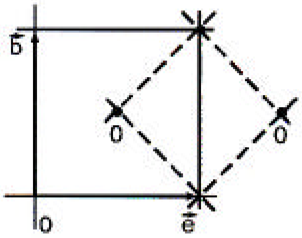


Figure 9.5 - NON

Corps centré : OUI :

Figure 9.4 : les noeuds de coordonnées entières et demi-entières ont le même environnement

Face C centrée : NON

Figure 9.5 : la maille est réductible à une maille quadratique de paramètres : On retrouve le mode simple $a' = a/\sqrt{2} \quad b' = b/\sqrt{2} \quad c' = c$

Face A ou B centrée : NON

Cette disposition ne respecte pas la symétrie du système quadratique.

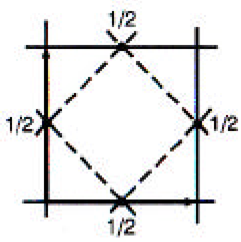


Figure 9.6 - non

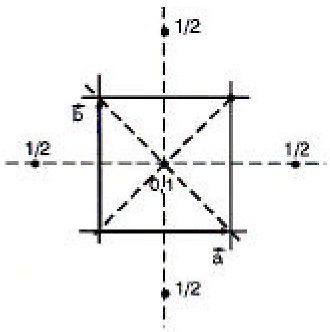


Figure 9.7 - non

Faces A et B centrées:: NON

Figure 9.6 : Les trois faces sont centrées. La maille est réductible à une maille quadratique corps centré :de paramètres : $a' = a/\sqrt{2} \quad b' = b/\sqrt{2} \quad c' = c$

Face C centrée et corps centré : NON

Figure 9.7 : Tous les noeuds n'ont pas le même voisinage

En conclusion : il ne peut exister que deux modes de réseaux : primitif (P) et corps centré (I)

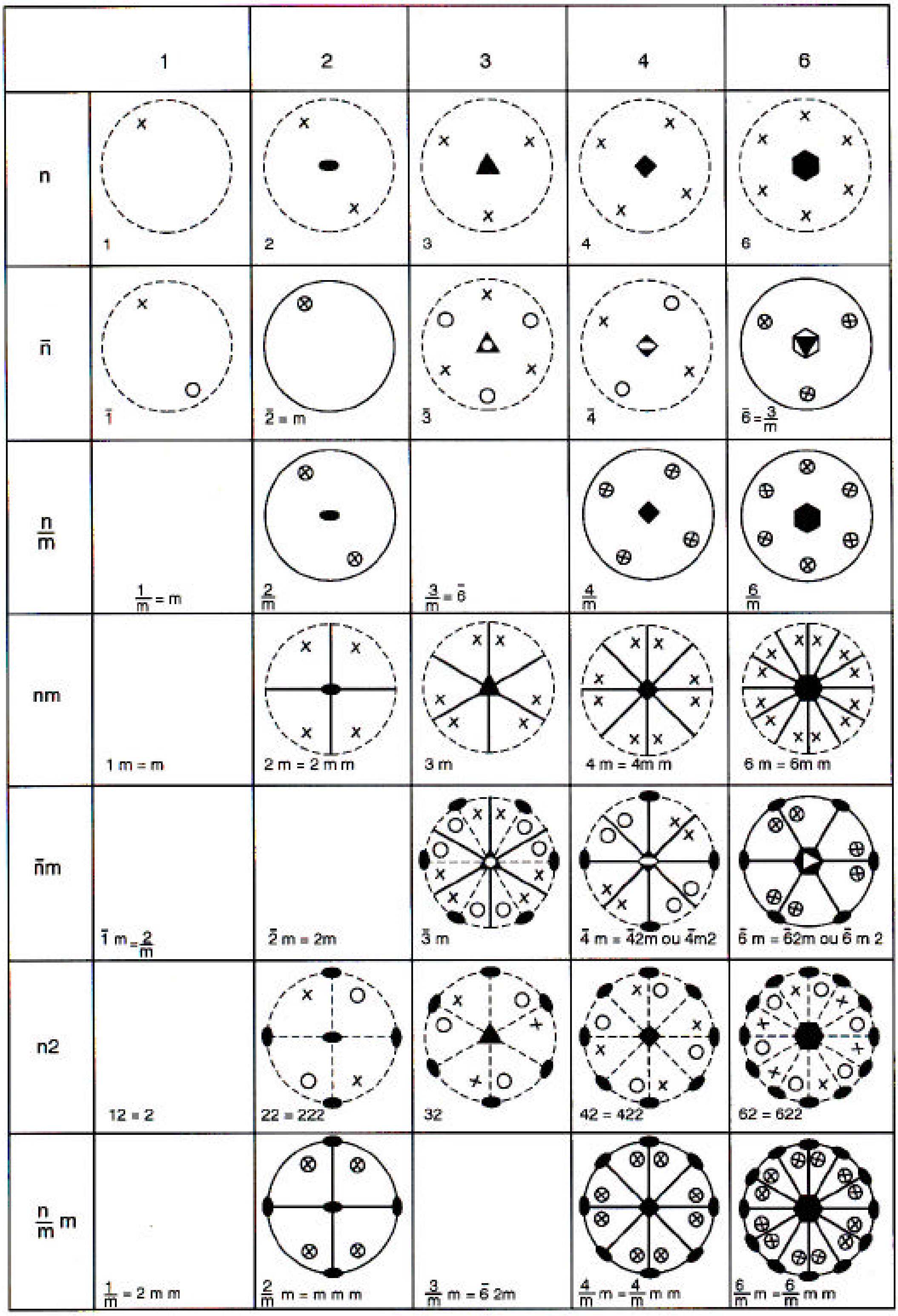


Tableau 9.3 : Représentation stéréographique des éléments de symérie et des points équivalents dans les groupes ponctuels cristallographiques

Groupes contenant au plus un axe d'ordre supérieur à 2

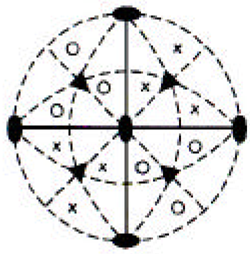
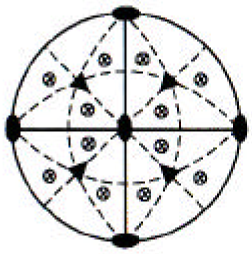
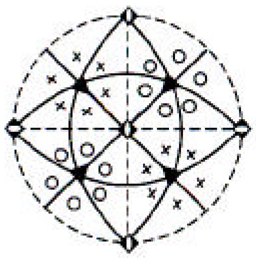
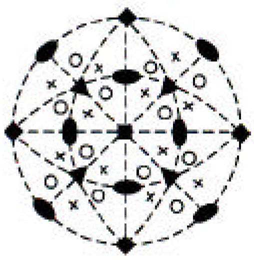
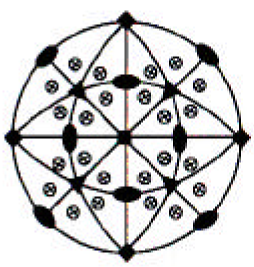
(2) 3		23
$\frac{(2)}{m}\bar{3}$		m 3
(2) 3 m		$\bar{4}$ 3 m
(2) 3 2		2 3 2 4 3 2
(2) $\bar{3}$ 2		$\frac{4}{m}3\frac{2}{m}$ = m 3 m

Tableau 9.4 : groupes cubiques

• <u>TRICLINIQUE</u>

1 :	P1							
$\bar{1}$:	$P\bar{1}$							

• <u>MONOCLINIQUE</u>

2 :	P2	$P2_1$	C2					
m :	Pm	Pc	Cm	Cc				
2/m :	P2/m	$P2_1/m$	C2/m	P2/c	$P2_1/c$	C2/c		

• <u>ORTHORHOMBIQUE</u>

222 :	P222	$P222_1$	$P2_12_12$	$P2_12_12_1$	$C222_1$	C222	F222	I222
	$I2_12_12_1$							
mm2 :	Pmm2	$Pmc2_1$	Pcc2	Pma2	$Pca2_1$	Pnc2	$Pmn2_1$	Pba2
	$Pna2_1$	Pnn2	Cmm2	$Cmc2_1$	Ccc2	Amm2	Abm2	Ama2
	Aba2	Fmm2	Fdd2	Imm2	Iba2	Ima2		
mmm :	Pmmm	Pnnn	Pccm	Pban	Pmma	Pnna	Pmna	Pcca
	Pbam	Pccn	Pbcm	Pnnm	Pmmn	Pbcn	Pbca	Pnma
	Cmcm	Cmca	Cmmm	Cccm	Cmma	Ccca	Fmmm	Fddd
	Immm	Ibam	Ibca	Imma				

• <u>QUADRATIQUE</u>

4 :	P4	$P4_1$	$P4_2$	$P4_3$	I4	$I4_1$		
$\bar{4}$:	$P\bar{4}$	$I\bar{4}$						
4/m :	P4/m	$P4_2/m$	P4/n	$P4_2/n$	I4/m	$I4_1/a$		
422 :	P422	$P42_12$	$P4_122$	$P4_12_12$	$P4_222$	$P4_22_12$	$P4_322$	$P4_32_12$
	I422	$I4_122$						
4mm :	P4mm	P4bm	$P4_2cm$	$P4_2nm$	P4cc	P4nc	$P4_2mc$	$P4_2bc$
	I4mm	I4cm	$I4_1md$	$I4_1cd$				
$\bar{4}2m$:	$P\bar{4}2m$	$P\bar{4}2c$	$P\bar{4}2_1m$	$P\bar{4}2_1c$	$P\bar{4}m2$	$P\bar{4}c2$	$P\bar{4}b2$	$P\bar{4}n2$
	$I\bar{4}m2$	$I\bar{4}c2$	$I\bar{4}2m$	$I\bar{4}2d$				
4/mmm :	P4/mmm	P4/mcc	P4/nbm	P4/nnc	P4/mbm	P4/mnc	P4/nmm	P4/ncc
	$P4_2/mmc$	$P4_2/mcm$	$P4_2/nbc$	$P4_2/nnm$	$P4_2/mbc$	$P4_2/mnm$	$P4_2/nmc$	$P4_2/ncm$
	I4/mmm	I4/mcm	$I4_1/amd$	$I4_1/acd$				

• <u>TRIGONAL</u>

3 :	P3	$P3_1$	$P3_2$	R3				
$\bar{3}$:	$P\bar{3}$	$R\bar{3}$						
32 :	P312	P321	$P3_112$	$P3_121$	$P3_212$	$P3_221$	R32	
3m :	P3m1	P31m	P3c1	P31c	R3m	R3c		
$\bar{3}$**m :**	$P\bar{3}m1$	$P\bar{3}1c$	$P\bar{3}m1$	$P\bar{3}c1$	$R\bar{3}m$	$R\bar{3}c$		

• <u>HEXAGONAL</u>

6 :	P6	$P6_1$	$P6_5$	$P6_2$	$P6_4$	$P6_3$		
$\bar{6}$:	$P\bar{6}$							
6/m :	P6/m	$P6_3/m$						
622 :	P622	$P6_122$	$P6_522$	$P6_222$	$P6_422$	$P6_322$		
6mm :	P6mm	P6cc	$P6_2cm$	$P6_3mc$				
$\bar{6}m2$:	$P\bar{6}m2$	$P\bar{6}c2$	$P\bar{6}2m$	$P\bar{6}2c$				
6/mmm :	P6/mmm	P6/mcc	$P6_3/mcm$	$P6_3/mmc$				

• <u>CUBIQUE</u>

23 :	P23	F23	I23	$P2_13$	$I2_13$			
m3 :	Pm3	Pn3	Fm3	Fd3	Im3	Pa3	Ia3	
432 :	P432	$P4_232$	F432	$F4_132$	I432	$P4_332$	$P4_132$	$I4_132$
$\bar{4}3m$:	$P\bar{4}3m$	$F\bar{4}3m$	$I\bar{4}3m$	$P\bar{4}3n$	$F\bar{4}3c$	$I\bar{4}3d$		
m3m :	Pm3m	Pn3n	Pm3n	Pn3m	Fm3m	Fm3c	Fd3m	Fd3c
	Im3m	Ia3d						

Tableau 9.5 : Table des 230 groupes spatiaux